



Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

## Zur aktuellen Reform des Wahlsystems für den Deutschen Bundestag

1993
2006

Chapter 12: Efficient designs for finite sample sizes

### Fair Representation

*Meeting the Ideal of One Man, One Vote*

SECOND EDITION

MICHEL L. BALINSKI AND  
H. PEYTON YOUNG

First ed. 1982, second ed. 2001

40/874 675 30-14

Victoriano Balanzales 1977 p. 4

AN AXIOMATIC APPROACH TO PROPORTIONALITY BETWEEN MATRICES\*

M. L. BALINSKI AND G. DEMANGE

*École Polytechnique*

Given a matrix  $p \times q$  what does it mean to say that a matrix  $q$  of the same dimension, whose row and column sums equal  $q$  (respectively  $p$ ), is "proportional" to  $p$ ? This paper gives an axiomatic solution to this question in two distinct contexts. First, for any real "feasibility" matrix  $F$ . Second, for any integer constrained "upper triangular" matrix  $U$ . In the case of  $F$  and the solution turns out to coincide with what has been previously called biproportional scaling and diagonal equivalence and has been much used in econometrics and statistics. In the case of  $U$  the problem arises in the ordinal status representation of social preferences, and for parties and seats in the parliaments of states of certain data.

---

Mathematical Programming 45 (1989) 195-211  
 North-Holland

1989b

ALGORITHMS FOR PROPORTIONAL MATRICES IN REALS AND INTEGERS

M. L. BALINSKI

C.N.R.S., Laboratoire d'Économétrie de l'École Polytechnique, Paris, France, and Institute for Decision Studies, S.U.N.Y., Stony Brook, USA

G. DEMANGE

Laboratoire d'Économétrie de l'École Polytechnique, Paris, France, and C.E.R.M.E.S., Université Paris 1, France

Received 15 March 1987  
 Revised manuscript received 25 January 1988

1999a

**Electoral Studies**

Electoral Studies 18 (1999) 117-147

NOTES ON RECENT ELECTIONS

### Mexico's 1997 apportionment defies its electoral law

Michel Balinski<sup>a,\*</sup>, Victoriano Ramírez González<sup>b</sup>

<sup>a</sup>CNRS and Laboratoire d'Économétrie, École Polytechnique, 1 Rue Descartes, 75005 Paris, France  
<sup>b</sup>Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Granada, Granada, Spain

---

**Abstract**

Mexico's ultimate electoral reform, adopted in November 1996, was the law of the land for the July 1997 elections. Regrettably, its terms could not be met. This paper explains why, what was in fact done in the circumstances, and what should be done about it. © 1998 Elsevier



Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

BAZI  
 Version 2022.01

Deutsch English Español Français Italiano Slovák

Berechnung von Anzahl mit Zuteilungsmethoden im Internet  
 2000–2022 Univ. Augsburg, jetzt TH Rosenheim

Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

Christian Schuhmacher

Leiter des Gesetzgebungsdienstes  
 Direktion der Justiz und des Innern  
 Kanton Zürich



F.P. / C.S.: Das neue Zürcher Zuteilungsverfahren für Parlamentswahlen. *Aktuelle Juristische Praxis – Pratique Juridique Actuelle*, Mai 2004, 505–522.  
 F.P. / C.S.: Doppelproporz bei Parlamentswahlen – ein Rück- und Ausblick. *Aktuelle Juristische Praxis – Pratique Juridique Actuelle*, Dezember 2011, 1581–1599.

[www.math.uni-augsburg.de/htdocs/emeriti/pukelsheim/publikationen.html](http://www.math.uni-augsburg.de/htdocs/emeriti/pukelsheim/publikationen.html)

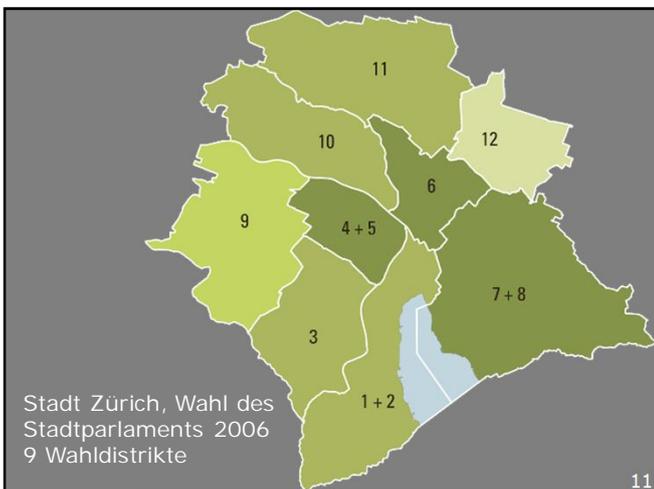
Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

Dr. Markus Notter

Regierungsrat für Justiz und Inneres des Kantons Zürich



- Doppelproportionales Divisorverfahren mit Standardrundung
- Neues Zürcher Zuteilungsverfahren (NZZ)
- Doppelter Pukelsheim
- Doppelproporz



Zh2006GR  
Source: BawCalc/its-4

	SP	SVP	FDP	Grün	CVP	EVP	AL	SD	District-divisor
	125	44	24	19	14	10	6	5	3
D1	28518	15305	21833	12401	7318	2829	2413	1651	7000
D2	45541	22060	10450	17319	8661	2816	7418	3173	6900
D3	26673	8174	4536	10221	4099	1029	9086	1406	5000
D4	24092	9676	10919	8420	4399	3422	2304	1106	6600
D5	61738	27906	51252	25486	14223	10508	5483	2454	11200
D6	42044	31559	12060	9154	11333	9841	2465	5333	7580
D7	35259	19557	15267	9689	8347	4690	2539	1490	7800
D8	56547	40144	19744	12559	14762	11998	3623	6226	9000
D9	13215	10248	3066	2187	4941	0	429	2078	4000
Parteidivisor	1.006	1.002	1.01	0.97	1	0.88	0.8	1	12

Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

BAZI - Version 2022.01  
 Titre: [GRV 2006: Gemeinderatswahlen in der Stadt Zürich am 12. Februar 2006 (Premiere des Ne... Données de sortie: |verf.horiz. | Diviseur | Split | Tes coded +].  
 f: Kreis 1+2 2 3 4 5 6 7 8 9  

Name	Partest.	...
SP	28518	
BDP	15305	
FDP	21833	
Grüne	12401	
CVP	7319	
SL	2412	
EVP	2829	
SD	1651	
Summe	92284	

Méthodes de répartitions  
 Hare/PR (plus fort resto)  
 DivSt (plus forte moynt)  
 DivSt (Sainte-Lague)  
 DivGö (Hill)  
 DivLar (Dean)  
 DivLar (Adams)  
 DivPai (Power rounding)  
 DivKa (Stationary round)  
 DivGr (Droop)  
 Méthodes de Zürich

Biproportional algorithms  
 Start:  integer discors,  floating point arithmetic,  integer arithmetic,  None (is pure Method)  
 Finish:  Alternating,  Jensen discors,  random discors,  algorithm with...  
 Iterative Proportional Filing Procedure  
 Newton Method  
 Primal Method  
 None (is pure TT)

OK / Annuler

Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

Doppelproporz in Schweizer Kantonen

Zürich 2006	Schaffhausen 2008	Aargau 2009	Zug 2014	Nidwalden 2014
Schwyz 2016	Wallis 2017	Uri 2020	Graubünden 2021	



Friedrich Pukelsheim  
**Proportional Representation**  
 Apportionment Methods and Their Applications  
 With a Foreword by Andrew Duff MEP  
 Second Edition  
 Springer  
 2017  
 342 pp.

Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

Zur aktuellen Reform des Wahlsystems für den Deutschen Bundestag



Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

Bundestwahlgesetz §1(1)

Die Abgeordneten werden nach den Grundsätzen einer mit der Personenwahl verbundenen Verhältniswahl gewählt.

19

Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

Bundestwahlgesetz §1(1)

Die Abgeordneten werden nach den Grundsätzen einer mit der **Personenwahl verbundenen Verhältniswahl** gewählt.

20

Stimmzettel für die Wahl zum Deutschen Bundestag im Wahlkreis 253 Augsburg-Land am 27. September 2009

**Sie haben 2 Stimmen**

hier 1 Stimme für die Wahl eines/einer Wahlkreis-abgeordneten **Erststimme**

hier 1 Stimme für die Wahl einer **Landesliste (Partei)** maßgebende Stimme für die Verteilung der Sitze insgesamt auf die einzelnen Parteien - **Zweitstimme**

1 Oswald, Eduard Bundestagsabgeordneter Dinkelscherben Waldweg 18	CSU Christlich-Soziale Union in Bayern e.V.	<input type="radio"/>	1	CSU Christlich-Soziale Union in Bayern e.V.	<input type="radio"/>	1
2 Hackl, Maria Lehrende Berufungshelferin Apostelen Am Feld 28	SPD Sozialdemokratische Partei Deutschlands	<input type="radio"/>	2	SPD Florian Probst, Susanne Klatzer, Günter Gruber, Peter Enderinger, Klaus Bärner	<input type="radio"/>	2
3 Dr. Lotter, Erwin Bundestagsabgeordneter Aghach Friedberg Str. 50	FDP Freie Demokratische Partei	<input type="radio"/>	3	FDP Sabine Leutheusser-Schnarrenberger, Dr. Max Stöcker, Dr. Rainer Brüchler, Horst Meierhöfer, Michael Grottel	<input type="radio"/>	3
4 Rohrlack, Heidi Ökolog. Kunsterziehungswiss. Reitbergen Wendert 38	GRÜNE BÜNDNIS 90 DIE GRÜNEN	<input type="radio"/>	4	GRÜNE BÜNDNIS 90 DIE GRÜNEN	<input type="radio"/>	4
5 Heibüchel, Silvio Koch Augsburg Bismarckstr. 3	DIE LINKE DIE LINKE	<input type="radio"/>	5	DIE LINKE Claudia Roth, Hans-Joachim Fauth, Christiane Scholz, Dr. Armin Huber, Ellen Diegel	<input type="radio"/>	5

21

Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

Parteiliche Zusammensetzung des BT = Oberzuteilung der 598 Sitze

20. Dt. BT 2021	Zweitstimmen	Quotient	Sitze
SPD	11.955.434	168,3	168
CDU	8.775.471	123,55	124
GRÜNE	6.852.206	96,47	96
FDP	5.319.952	74,9	75
AfD	4.803.902	67,6	68
<b>CSU</b>	<b>2.402.827</b>	<b>33,8</b>	<b>34</b>
LINKE	2.270.906	32,0	32
SSW	55.578	0,8	1
Sa. (Bundesdivisor)	42.436.276	(71.030)	598

22

Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

Personelle Besetzung der CSU-Sitze = CSU-Unterzuteilung

CSU	Direktmandate	Proporzsitze
Bayern	45	34

45 - 34 = 11 Überhangmandate

23

Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

Überhangmandate =  
 Erststimmenerfolge  
 - Zweitstimmenerfolge



Hans Meyer:  
 «Der Überhang und anderes Unterhaltsames aus Anlaß der Bundestagswahl 1994.»  
 Kritische Vierteljahresschrift für Gesetzgebung und Rechtswissenschaft 77 (1994) 312-362

24

Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

Negatives Stimmgewicht:  
 Weniger Stimmen geben mehr Sitze,  
 mehr Stimmen geben weniger Sitze.

25



Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

Parteiliche Zusammensetzung des BT  
 = Oberzuteilung der 736 Istsitze

20.Dt.BT 2021	Zweitstimmen	Quotient	Sitze
SPD	11.955.434	206,49	206
CDU	8.775.471	151,6	152
GRÜNE	6.852.206	118,3	118
FDP	5.319.952	91,9	92
AfD	4.803.902	83,0	83
CSU	2.402.827	41,501	42+3
LINKE	2.270.906	39,2	39
SSW	55.578	1,0	1
Sa.(Bundesdivisor)	42.436.276	(57.898)	733+3

27

Zur Reform des Bundestagswahlsystems Prof. (em.) Dr. Friedrich Pukelsheim  
 Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens Institut für Mathematik  
 Zentrum für Demokratie Aarau, 17. Juni 2022 Universität Augsburg

Kommission zur Reform des Wahlrechts und zur Modernisierung  
 der Parlamentsarbeit des 20. Deutschen Bundestages

Die Kommission erstattet dem Bundestag bis zum 31. August 2022 einen Zwischenbericht. Darin müssen die Empfehlungen enthalten sein, die eine effektive Verkleinerung des Bundestages in Richtung der gesetzlichen Regelgröße bewirken und nachhaltig das Anwachsen des Bundestages verhindern.

28