

Themen

- Die Krux mit der Gerechtigkeit
- Quotenmethoden und Divisormethoden
- Proporzmethoden innerhalb eines Wahlkreises
 - D'Hondt (mit Hagenbach-Bischoff)
 - Sainte-Laguë / Schepers
 - Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren
- Doppeltproportionales Zuteilungsverfahren
- Fazit / Literatur

parlaments.ch/proporz

2

Über Verhältniswahlverfahren liesse sich locker während einem ganzen Semester ein Seminar abhalten.

Ich versuche, in knapp 30 Minuten einen groben Überblick zu geben und bitte deshalb um Verständnis, dass ich dabei das Thema etwas vereinfachen werde und weder mathematisch noch juristisch alle Aspekte bediene.

Überblick über die Themen

Zunächst werde ich ein paar Bemerkungen machen zum Thema Gerechtigkeit im Zusammenhang mit Proporzahlen.

Dann erkläre ich Ihnen die wichtigsten Methoden und Verfahren und am Schluss hole ich zu einem Fazit aus.

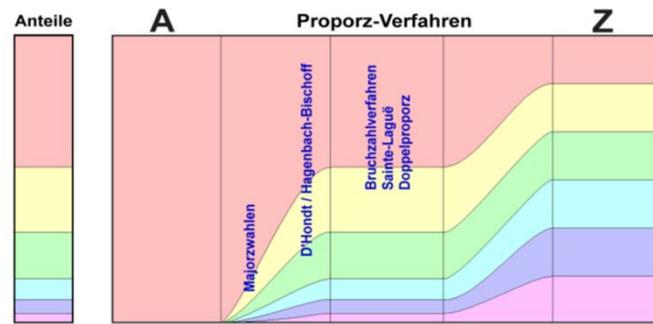
Was ich aus Zeitgründen nicht ansprechen werde sind

- die Unterschiede zwischen Majorz und Proporz,
- die Wahlkreisverbände,
- die Listenverbindungen und
- die Sperrklauseln.

Das sind die Arbeitsfelder der Politologen und Parteistrategen.

Mit den Proporzverfahren selber haben sie direkt nichts zu tun.

Die Krux mit der Gerechtigkeit



parlaments.ch/proporz

3

Das Ziel eines Proporzwahlverfahrens ist, die Wahlergebnisse möglichst "**gerecht**" auf die Verteilung von Sitzen abzubilden. Dass das Wort "gerecht" unterschiedlich ausgelegt werden kann, liegt auf der Hand.

A: Gerechtigkeit kann in extrema so interpretiert werden, dass die stärkste Partei alle Sitze für sich beansprucht. Schliesslich hat sie die Wahlen gewonnen. Dann hätten wir wieder Verhältnisse wie zur Zeit des Majorz-Systems. Bei der Wahl der Elektoren in den einzelnen Staaten für die Präsidentschaftswahlen in den USA gilt: **the winner takes it all**. Ebenso bei der Bildung einer Regierungskoalition in einer Republik.

Z: Andererseits könnte Gerechtigkeit aber auch so ausgelegt werden, dass **alle** an der Wahl beteiligten Parteien **gleichviele Sitze erhalten**. In einzelnen Kantonsparlamenten werden besondere Kommissionen teilweise aus je einer Vertreterin jeder Fraktion gebildet, unabhängig davon, wie gross diese Fraktion ist.

Zwischen diesen beiden extremen Auffassungen von Gerechtigkeit **A und Z** liegt die **landläufige Interpretation des Begriffs Gerechtigkeit**, wonach kleinere Parteien weniger Sitze und grössere Parteien mehr Sitze erhalten sollen.

Die Krux mit der Gerechtigkeit

- Mandatsansprüche im Allgemeinen nicht ganze Zahlen

$$\frac{\text{Parteistimmen A}}{\text{Summe aller Parteistimmen}} \cdot \text{zu vergebende Sitze} = \text{Mandatsanspruch Partei A}$$

$$\frac{24'5098 \text{ (Parteistimmen A)}}{63'121 \text{ (Summe der Parteistimmen)}} \cdot 7 \text{ (zu vergebende Sitze)} = 2.718 \text{ (Anspruch A)}$$

- Ziel jeder Proporzmethode:
die Parteienstärke bzw. die Mandatsansprüche möglichst gut und gerecht auf ganzzahlige Mandate abzubilden.

parliaments.ch/proporz

4

Das Grundproblem der Sitzverteilung ist folgendes: Mandatsansprüche sind in der Regel nicht ganze Zahlen

Der Stimmenanteil einer Partei lässt sich leicht und plausibel mit einer Dreisatz-Rechnung in einen Mandatsanspruch - oder Idealanspruch - umrechnen. Den Dreisatz haben wir in der Schule gelernt. Dazu ist keine ausgeprägte mathematische Begabung erforderlich.

Wenn der Mandatsanspruch immer eine ganze Zahl wäre, wäre das ganz einfach.

Leider ist der Mandatsanspruch aber selten eine ganze Zahl, sondern ein Dezimalbruch. Zum Beispiel 2.718.

Nun ist es aber so, dass man Menschen ohne bleibenden Schaden nicht einfach halbieren oder vierteilen kann. Daher müssen die Mandatsansprüche möglichst "gerecht" in ganze Zahlen umgerechnet werden.

Denkbar wäre allenfalls, dass man ein gewichtetes Stimmrecht erteilt - ähnlich wie bei einer Aktionärsversammlung – und dabei den zwei Erstgewählten der Partei A ein Stimmrecht von 100% und der dritten Person noch ein Stimmrecht von 71.8% zugesteht. Meines Wissens werden solche Konzepte bei Volksvertretungen nirgends angewendet; ich lasse mich aber gerne belehren.

Ziel jeder Proporzmethode ist es daher, die Parteienstärke bzw. die Mandatsansprüche möglichst gut und gerecht auf ganzzahlige Mandate abzubilden.

Quotenmethoden und Divisormethoden

- Divisormethoden
 - Vorgehen A): Stimmen dividiert durch Schlüssel, Rundung
 - Vorgehen B): Sukzessive Zuteilung der Mandate
- Quotenmethoden:
 - 1. Hauptzuteilung
 - 2. Restmandate
- Viele verschiedene Verfahren, zum Teil identisch.

parliaments.ch/proporz

5

Es gibt zwei grundsätzlich verschiedene Methoden, um Parteistärken in Sitzverteilungen herunterzuberechnen: die **Divisormethoden** und die **Quotenmethoden**.

Divisormethoden verwenden einen Verteilschlüssel, durch welchen die Anzahl Parteistimmen geteilt werden. Das Ergebnis rundet man danach auf oder ab.

Der Verteilschlüssel wird so gewählt, dass alle Mandate verteilt werden. Die Suche des geeigneten Divisors ist unter Umständen etwas kompliziert.

Die Divisormethoden können auch mit einem sequentiellen Verfahren berechnet werden. Dabei werden alle zu vergebenden Mandate der Reihe nach derjenigen Partei zugesprochen, welche Anspruch auf das nächste Mandate hat.

Quotenmethoden berechnen ihre Sitzzuteilungen in zwei Schritten. In einer Hauptzuteilung werden zunächst die unbestrittenen Sitze mit einem festen Wahlschlüssel zugeteilt. Anschliessend werden allfällig verbleibende Restmandate vergeben, bis alle verfügbaren Mandate verteilt sind.

Es gibt mindestens ein Dutzend verschiedene Verfahren, wobei einzelne Verfahren identisch sind, aber unterschiedliche Namen tragen.

Proporzmethoden und -verfahren innerhalb eines Wahlkreises			
Rundung:	Abrundung	kaufm. Rundung	
Vorteil für:	Grosse Parteien	ausgeglichen	
Methoden:	Divisormethoden: Suche eines Divisors, der mit Anwendung einer bestimmten Rundungsregel so viele Sitze verteilt, wie zu vergeben sind.	Quotenmethoden: 1. Hauptverteilung 2. Restmandate	
Verfahren:	D'Hondt = Jefferson	Sainte-Laguë = Webster, Schepers	Hare-Niemeyer (D) = Hamilton (USA) = Bruchzahlverfahren (CH)
Varianten:	Hagenbach-Bischoff	Hill-Huntington / Dean	WTA und v. a.
Anwendung:	D'Hondt: D: 3 Länder Hagenbach-Bischoff: CH: NR, elf Kantone	Sainte-Laguë: CH: BS + GL, D: Bundestag, 6 Länder	CH: VD und TI, D: 7 Länder z.B. auch DK, I, GR, UA

parlaments.ch/proporz

Sie sehen hier eine Übersicht über die gängigsten Methoden zur Sitzverteilung **innerhalb eines Wahlkreises**. Es lohnt sich, diese Übersicht näher anzuschauen.

Dabei sind drei Grundtypen erkennbar.

Divisormethoden sind zum Beispiel D'Hondt und Saint Laguë, auch wenn sie in der Regel nicht mit einem Divisor, sondern mit einem sequentiellen Verfahren durchgeführt werden.

Zu den **Quotenverfahren** zählen Hare-Niemeyer, bzw. das Bruchzahlverfahren.

Das D'Hondt-Verfahren und auch dessen Variante Hagenbach-Bischoff bevorzugen grosse Parteien und benachteiligen kleine, weil Mandatsansprüche abgerundet werden.

Die beiden anderen Verfahren sind in der Tendenz ausgeglichen, weil sie auf der kaufmännischen Rundung basieren.

Wichtige Proporzverfahren

- innerhalb eines Wahlkreises:
 - D'Hondt (mit Kurzvariante Hagenbach-Bischoff)
 - Sainte-Laguë / Schepers
 - Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren
- über mehrere Wahlkreise:
 - Doppelproporz

parliaments.ch/proporz

7

Ich werde nun zunächst die wichtigsten eindimensionalen Verfahren, nämlich

- D'Hondt (mit Kurzvariante Hagenbach-Bischoff)
- Sainte-Laguë
- Hare-Niemeyer

im Detail erklären.

Es gibt noch weitere Verfahren, auf die ich hier nicht näher eingehe, weil sie in der Schweiz nirgends angewendet werden.

Zusätzlich zu den Proporzverfahren innerhalb eines Wahlkreises gibt es noch den sogenannten "Doppelproporz", welcher zweidimensional sowohl den Proporz innerhalb eines Wahlkreises und über alle Wahlkreise gesehen unter einen Hut zu bringen versucht.

In der Schweiz ist dieses Verfahren umgangssprachlich als "Doppelter Pukelsheim" bekannt, in Deutschland spricht man von der "Doppeltproportionalen Divisormethode". Doch dazu komme ich später.

D'Hondt (mit Hagenbach-Bischoff)

- USA: Methode Jefferson; Europa: Methode D'Hondt
- Stimmen geteilt durch 1, 2, 3 usw. in Tabelle
- Mandate der Reihe nach an die grössten Quotienten
- **Divisor-Verfahren mit Abrundung**

parlaments.ch/proporz

8

Zur Methode D'Hondt

In den USA schlug der spätere Präsident Thomas Jefferson im Jahr 1792 diese Zuteilungsmethode vor, um die Sitze im Repräsentantenhaus bevölkerungsproportional auf die US-Bundesstaaten zu verteilen.

In Kontinentaleuropa entwickelte der Belgier Victor D'Hondt denselben Berechnungsmodus, um die Sitze eines Parlaments proportional zu den Wählerstimmen auf die kandidierenden Parteien zu verteilen.

Beim Verfahren nach D'Hondt wird eine Tabelle erstellt. Die Stimmen der Parteien werden fortlaufend geteilt durch 1, 2, 3 usw. und in diese Tabelle eingetragen. Die zu vergebenden Mandate werden der Reihe nach an die grössten Quotienten dieser Divisionen verteilt.

Das Verfahren entspricht dem **Divisor-Verfahren mit Abrundung**, das heisst dass es einen Divisor gibt, durch den man alle Stimmen teilen kann und das abgerundete Ergebnis entspricht genau der Sitzverteilung nach dem Verfahren nach D'Hondt.

Die grosse Kunst ist es aber, diesen Divisor zu finden.

D'Hondt (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

Liste	Sitze	An- spruch	Stimmen	Divisoren für Verfahren D'Hondt (1,2,3,..)					Sitze 1 ..9
				1	2	3	4	5	
SVP	5	3.556	27668	27668 1.	13834 2.	9223 4.	6917 6.	5534 9.	
SP	1	1.066	8291	8291 5.	4146	2764	2073	1658	
FDP	2	1.606	12495	12495 3.	6248 8.	4165	3124	2499	
CVP	0	0.226	1761	1761	881	587	440	352	
Grüne	1	0.886	6893	6893 7.	3447	2298	1723	1379	
glp	0	0.319	2482	2482	1241	827	621	496	
EVP	0	0.644	5014	5014	2507	1671	1254	1003	
EDU	0	0.677	5268	5268	2634	1756	1317	1054	
LOVB	0	0.020	153	153	77	51	38	31	
	9	9.000	70025						

Divisor für Divisorverfahren: ca. 5400 [5270..5530]

parliaments.ch/proporz

9

Ein Berechnungsbeispiel für die Methode D'Hondt

Das traditionelle Verfahren nach D'Hondt ist, wie gesagt, das Erstellen einer Tabelle, in welcher die Stimmen der Reihe nach durch 1, 2, 3 etc. geteilt werden.

Als Beispiel dienen hier (und bei allen weiteren Darstellungen) die bei den Aargauer Grossratswahlen von 2020 im Bezirk **Kulm** erzielten Parteien-Stimmen.

Dabei waren 9 Mandate zu vergeben.

Das erste Mandat geht an die Partei mit dem grössten Quotienten in der Tabelle, also an die SVP. Ebenso das zweite Mandat und erst das dritte geht dann an die FDP. Das vierte Mandat wiederum an die SVP, ebenso das sechste und das neunte Mandat.

Wenn also nur vier Mandate verfügbar wären, würde die stärkste Partei 75% davon erhalten, dies bei einem Stimmenanteil von knapp 40%.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass der Divisor für das Divisorverfahren in diesem Fall bei etwa 5400 liegt.

Hagenbach-Bischoff

- Vereinfachtes Verfahren nach D'Hondt
- Vorabzuteilung: sichere Mandate (Stimmen / Mandate+1)
- Restzuteilung: Sukzessive Zuteilung der Mandate analog D'Hondt
- Verfahren ist ergebnisidentisch mit D'Hondt
- Erfinder:
Prof. Eduard Hagenbach-Bischoff
1833 - 1910
Physikprofessor an der Uni Basel
und Politiker (Grossratspräsident BS 1885)



parliaments.ch/proporz

10

Hagenbach-Bischoff

Wenn grosse Wahlkreise oder gar ein ganzes Parlament mit diesem Verfahren berechnet werden müssen, wird die Verteilung sehr aufwändig und unübersichtlich. Mit Excel-Tabellen und anderen IT-Tools wäre das heute kein Problem mehr.

Im 19. Jahrhundert war das noch etwas anders.

Eduard Hagenbach-Bischoff, ein Basler Physikprofessor und Politiker, hat deshalb eine Abkürzung des D'Hondt-Verfahrens entwickelt.

Dabei werden zuerst jeder Partei soviele Mandate zugeteilt, wie sie abgerundet sowieso erhalten würde.

Wenn nicht alle Sitze zugeteilt wurden, werden die «Restmandate» sukzessive nachverteilt, bis alle Mandate vergeben sind.

Hagenbach-Bischoff (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

Zuteilung der Erstmandate				Stimmen / (bereits verteilte Mandate +1)								
Liste	Sitze	Anteil	Stimmen : 1. VZ	1. Restmandat	2. Restmandat	3. Restmandat	4. Restmandat	5. Restmandat	6. Restmandat	7. Restmandat	8. Restmandat	9. Restmandat
SVP	5	3.556	27668 :7003 = 3	6917 +1 4	5534 4	5534 4	5534 +1 5					
SP	1	1.066	8291 :7003 = 1	4146 1	4146 1	4146 1	4146 1					
FDP	2	1.606	12495 :7003 = 1	6248 1	6248 1	6248 +1 2	6248 2					
CVP	0	0.226	1761 :7003 = 0	1761 0	1761 0	1761 0	1761 0					
Grüne	1	0.886	6893 :7003 = 0	6893 0	6893 +1 1	3447 1	3447 1					
glp	0	0.319	2482 :7003 = 0	2482 0	2482 0	2482 0	2482 0					
EVP	0	0.644	5014 :7003 = 0	5014 0	5014 0	5014 0	5014 0					
EDU	0	0.677	5268 :7003 = 0	5268 0	5268 0	5268 0	5268 0					
LOVB	0	0.020	153 :7003 = 0	153 0	153 0	153 0	153 0					
	9	9.000	70025	5	6	7	8					9

parlaments.ch/proporz

11

Zahlenbeispiel für Hagenbach-Bischoff

Es kommen wiederum die Zahlen im Bezirk Kulm zur Anwendung.

Hagenbach-Bischoff verteilt in unserem 9-er-Wahlkreis zunächst jeder Liste so viele Sitze, wie diese nach der Division durch 10 (Total Sitze + 1) mindestens zugut hat. Das heisst, diese Sitzansprüche werden zunächst abgerundet. Das ergibt drei Sitze für die SVP und je einen für die SP und die FDP.

Weil nicht alle Sitze zugeteilt wurden – nämlich nur fünf Sitze von neun – werden die «Restmandate» sukzessive nachverteilt, bis alle Mandate vergeben sind.

Die vier Restmandate gehen der Reihe nach an die SVP, die Grünen, die FDP und zuletzt nochmals an die SVP. Das entspricht genau den Mandaten 6, 7, 8 und 9 nach der Methode D'Hondt.

D'Hondt und Hagenbach-Bischoff

- Abrundung der Mandatsansprüche
- Grosse Parteien werden bevorzugt
- Ziel: Prozentuale **Über**vertretung im Parlament verhindern (Untervertretung wird in Kauf genommen)
- Kumulation des Effekts über mehrere Wahlkreise (z.B. im Nationalrat über alle Kantone) kann grössere Verzerrungen ergeben

parlaments.ch/proporz

12

Bewertung der Methoden D'Hondt und Hagenbach-Bischoff

Das Verfahren nach Hagenbach-Bischoff ist also absolut gleichwertig und führt immer zum gleichen Ergebnis wie D'Hondt, ist aber etwas effektiver und einfacher anzuwenden.

Augenfällig ist, dass diese Methode die grossen Parteien bzw. Listen bevorzugt und damit die kleineren benachteiligt.

Die Alternativbezeichnung "Divisorverfahren mit **Abrundung**" weist darauf hin, dass die Quotienten abzurunden sind.

D'Hont und Hagenbach-Bischoff stellen sich nämlich auf den Standpunkt, dass eine **prozentuale Übervertretung im Parlament zu verhindern** sei. Dabei wird eine **prozentuale Untervertretung** kleinerer Parteien in Kauf genommen.

Die systematische Bevorzugung der grosser Parteien durch das Divisorverfahren mit Abrundung wird noch verstärkt, indem sie häufig in mehreren Wahlkreisen gleichzeitig auftritt und dadurch kumuliert in einem Parlament zu grösseren Verzerrungen führen kann.

Sainte-Laguë / Schepers

- D'Hondt: Divisoren natürliche Zahlen (1, 2, 3, 4, 5...)
- Sainte-Laguë: Divisoren alle ungeraden Zahlen (1, 3, 5, 7...)
- F: André Sainte-Laguë; D: Hans Schepers; USA: Daniel Webster
- Tendenziell Standard-Rundung der Mandatsansprüche (0.5-Regel)
- Keine systematische Benachteiligung kleiner Parteien
- Entspricht Divisorverfahren mit Standard-Rundung

parliaments.ch/proporz

13

Damit kommen wir zur **Methode Saint Laguë**

Der Haupt-Nachteil des Verfahren nach D'Hondt, die Bevorzugung der grossen Parteien, kann mit einem einfachen Trick ausgeschaltet werden, in dem man als Divisoren zur Berechnung der Quotienten statt die natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4, 5... **alle ungeraden Zahlen (1, 3, 5, 7...)** verwendet.

Dieses Verfahren wird nach dem französischen Mathematiker André **Sainte-Laguë** benannt. In Deutschland trägt das Verfahren den Namen "Schepers" nach Hans **Schepers**, Mitarbeiter beim Deutschen Bundestag.

In den USA propagierte der Politiker Daniel **Webster** bereits im Jahr 1832 das Verfahren für die Zuteilung der Sitze des Repräsentantenhauses an die Bundesstaaten.

Sainte-Laguë führt tendenziell zu einer Standard-Rundung der Mandatsansprüche. Die systematische Benachteiligung der kleinen Parteien ist damit aufgehoben.

Das Verfahren entspricht dem **Divisorverfahren mit Standard-Rundung** (oder auch kaufmännischer Rundung). Das heisst, dass ein Divisor gesucht werden muss, bei dem die kaufmännisch gerundeten Mandatszahlen in ihrer Summe der Zahl der zu vergebenden Mandate entspricht.

Sainte-Laguë / Schepers (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

Liste	Sitze	Anspruch	Stimmen	Divisoren für Sainte Laguë (1,3,5..)		
				1	3	5
SVP	3	3.556	27668	27668 1.	9223 3.	5534 6.
SP	1	1.066	8291	8291 4.	2764	1658
FDP	2	1.606	12495	12495 2.	4165 9.	2499
CVP	0	0.226	1761	1761	587	352
Grüne	1	0.886	6893	6893 5.	2298	1379
glp	0	0.319	2482	2482	827	496
EVP	1	0.644	5014	5014 8.	1671	1003
EDU	1	0.677	5268	5268 7.	1756	1054
LOVB	0	0.020	153	153	51	31
	9	9.000	70025			

parlaments.ch/proporz

14

Beispiel für Sainte-Laguë

Bei der sukzessiven Zuteilung der neun Mandate im Bezirk Kulm bei den Aargauer Wahlen vom Oktober 2020 ergibt sich eine andere Reihenfolge als beim Verfahren nach D'Hondt.

Im Endergebnis erhalten die EVP und die EDU je einen Sitz (bei einem rechnerischen Anspruch von ca. 0.6) und die SVP bei einem Anspruch von 3.55 Sitzen lediglich 3 Mandate und nicht mehr 5 (was auch plausibel ist).

Analog zu Hagenbach-Bischoff kann man auch beim Sainte-Laguë-Verfahren eine abgekürzte Methode anwenden. Im Wahlgesetz des Kantons Basel-Stadt in § 52 -54 ist diese Methode normiert.

Sainte-Laguë / Schepers

- Schweiz: Basel-Stadt und Glarus
- Deutschland: Bundestag (seit 2008) und sechs Bundesländer
- Oberzuteilung beim Doppelproporz
in der Regel in der Form des Divisorverfahrens

parlaments.ch/proporz

15

Zur Verbreitung von Saint-Laguë / Schepers

Bereits 1980 wurde das Verfahren im Deutschen Bundestag unter der Bezeichnung «Schepers» für die Verteilung der Ausschusssitze eingeführt, seit 2009 wird der ganze Bundestag nach diesem Verfahren gewählt. Schepers wird auch bei den Wahlen in sechs deutschen Bundesländern angewendet.

In der Schweiz wurde der Saint-Laguë erstmals im Jahr 2011 in das Wahlgesetz des Kantons Basel-Stadt aufgenommen (nachdem der damalige Leiter des Parlamentsdienstes dieses Verfahren der vorberatenden Kommission wärmstens empfohlen hatte).

2017 hat auch die Landsgemeinde des Kantons Glarus, welche bekanntlich in staatspolitischen Fragen zu kreativen und fortschrittlichen Beschlüssen neigt, den Saint-Laguë für die Wahl des Landrats festgelegt.

Beim "Doppeltproportionalen Zuteilungsverfahren", auf das ich später noch eingehen werde, wird die Oberzuteilung - also faktisch die Fraktionsstärke im Parlament - nach dem Saint-Laguë-Verfahren vorgenommen. Dabei kommt meist das Divisorverfahren zur Anwendung.

Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren

- Quotenmethode
- 1. Phase: Abgerundete Mandatsansprüche
- 2. Phase: Restmandate an grösste Nachkomma-Anteile
- Intuitiv gerecht, plausibel und leicht nachvollziehbar
- Unerwünschte Effekte, unlogische Sprünge
 - Sitzzuwachsparadoxon (Alabama-Paradoxon)
 - Wählerzuwachsparadoxon

parlaments.ch/proporz

16

Schliesslich schauen wird noch das **Bruchzahlverfahren** an.

Das Hare-Niemeyer-Verfahren - im angelsächsischen Raum als Hamilton-Verfahren, in der Schweiz als Bruchzahlverfahren bekannt - gehört zu den Quotenmethoden.

Dabei werden zuerst für jede Partei so viele Sitze zugeteilt, wie der nach unten gerundete Mandatsanspruch angibt. Die Restsitze werden nach der Grösse der Nachkomma-Anteile der Quoten an die Parteien verteilt.

Das Bruchzahlverfahren hat zwei entscheidende Vorteile: es ist intuitiv «gerecht» und plausibel und es lässt sich einfach berechnen, ist also leicht nachvollziehbar.

Das Bruchzahlverfahren hat aber auch zwei unerwünschte und schwierig erklärbare Effekte, die in der Wissenschaft als Sitzzuwachs-Paradoxon (Alabama-Paradoxon) und als Wählerzuwachs-Paradoxon bekannt sind. Ich komme gleich darauf zurück.

Bruchzahlverfahren (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

	Stimmen	Anspruch	V-M	Rest	R-M	Total
SVP	27668	3.556	3	0.556		3
SP	8291	1.066	1	0.066		1
FDP	12495	1.606	1	0.606	+1	2
CVP	1761	0.226	0	0.226		0
Grüne	6893	0.886	0	0.886	+1	1
glp	2482	0.319	0	0.319		0
EVP	5014	0.644	0	0.644	+1	1
EDU	5268	0.677	0	0.677	+1	1
LOVB	153	0.020	0	0.020		0
	70025	9.000	5		4	9

parlaments.ch/proporz

17

Wir rechnen wiederum das Beispiel aus den Aargauer Wahlen im Bezirk Kulm durch.

Die Erstmandate sind die abgerundeten Mandatsansprüche .

Die Summe der abgerundeten Mandatsansprüche ergibt lediglich 5 Sitze.

Die vier verbleibenden Mandate werden den Grünen, der EDU, der EVP und der FDP zugeteilt, weil diese die grössten Nachkommastellen aufweisen.

Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren

- Sitzzuwachs-Paradoxon (Alabama-Paradoxon):
Eine Partei kann ein Mandat verlieren, wenn bei gleichem Wahlergebnis insgesamt mehr Mandate zu verteilen sind (unlogische Sprünge).
- Wählerzuwachs-Paradoxon:
Stimmenzuwachs oder -verlust einer Partei bewirken eine Mandatsverschiebung zwischen zwei anderen Parteien.

Unlogische Sprünge beim Bruchzahlverfahren

Beim Alabama-Paradoxon kann eine Partei ein Mandat verlieren, wenn bei gleichem Wahlergebnis insgesamt mehr Mandate zu verteilen sind (unlogische Sprünge). Das Alabama-Paradoxon wurde erstmals bei der Berechnung der Mandatsansprüche der einzelnen US-amerikanischen Bundesstaaten im Repräsentantenhaus im Jahre 1880 entdeckt, als verschiedene Hausgrößen durchgerechnet wurden: der Bundesstaat Alabama erhielt von 299 Mandaten insgesamt 8 und bei 300 Mandaten lediglich 7 Sitze.

Einen ähnlichen Effekt zeigt das Wählerzuwachs-Paradoxon: ein Stimmenzuwachs oder -verlust einer Partei kann eine Mandatsverschiebung zwischen zwei anderen Parteien bewirken. Für Beispiele verweise ich auf die einschlägige Literatur.

Alabama-Paradoxon (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

Bruchzahlverfahren		Sitzverteilungs-Varianten mit anderen Mandatszahlen im Bruchzahlverfahren													
Stimmen		9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.
SVP	27668	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	8	8	8	9
SP	8291	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3
FDP	12495	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	
CVP	1761	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
Grüne	6893	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
glp	2482	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
EVP	5014	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
EDU	5268	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
LOVB	153	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	70025	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22

parlaments.ch/proporz

19

Dieses Paradoxon ist allerdings gar nicht so theoretisch, wie es auf den ersten Blick aussieht.

Rechnet man nämlich unsere Wahlergebnisse aus dem Bezirk Kulm im Bruchzahlverfahren durch und geht dabei von mehr als 9 Mandaten aus, geschieht Erstaunliches uzm Beispiel bei den Grünliberalen:

Werden 11, 12 oder 13 Mandate verteilt, erhält die GLP einen Sitz. Sind 14 Mandate zu verteilen, gewinnen die SVP und die FDP je einen Sitz dazu und die GLP verliert ihr Mandat wieder. Beim 15. Mandat erhält die GLP dann den Sitz zurück.

Beim 20. und 22. Mandat tritt der gleiche Effekt dann nochmals auf, diesmal bei der damaligen CVP.

Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren

- Schweiz: Kantone VD und TI
- Deutschland: sechs Bundesländer (bis 2008 auch Bundestag)
- Abkehr von Quotenmethoden

parliaments.ch/proporz

20

In der Schweiz wird das Bruchzahlverfahren noch in den Kantonen Waadt und Tessin verwendet.

Bei Landtagswahlen in D kommt das Hare-Niemeyer-Verfahren noch in sechs Bundesländern zur Anwendung. Bis 2008 wurde auch der Bundestag so gewählt.

Wegen den unerwünschten Effekten kommt man bei der Sitzverteilung in Parlamenten zunehmend von den Quotenmethoden ab und greift zu den Divisormethoden, bei welche keine solchen unlogischen Sprünge auftreten.

Doppelproportionales Zuteilungsverfahren

- Kurz Doppelproporz: verteilt Parlamentsmandate auf Parteien über mehrere Wahlkreise
- Bundesgericht rügte sehr kleine Wahlkreise für Proporzahlen und postuliert indirekt Richtgrösse: mindestens zehn Mandate pro Wahlkreis
- 2003 Zürcher Kantonsrat: drei Wahlkreise mit 4 oder 5 Mitgliedern
- 2002 Gemeinderat Stadt Zürich: ein Wahlkreis nur 2 Mitglieder
- Auftrag Zürcher Regierung an Prof. F. Pukelsheim für ein neues Verfahren:
 - Beibehaltung der bisherigen Wahlkreise
 - Erfolgswertgleichheit aller Stimmen

parlaments.ch/proporz

21

Das **doppelproportionale Zuteilungsverfahren**, kurz Doppelproporz, ist eine Methode zur Verteilung von Parlamentsmandaten auf Parteien über mehrere Wahlkreise.

Das Bundesgericht hatte sich in den 90-er-Jahren mit verschiedenen staatsrechtlichen Beschwerden zu Proporzahlen befasst. Es hat bei Proporzahlen sehr kleine Wahlkreise gerügt und indirekt eine Richtgrösse von etwa zehn Mandaten pro Wahlkreis postuliert.

Für die Wahl des Zürcher Kantonsrates stellen einzelne Wahlkreise nur vier oder fünf Mitglieder. Bei den Gemeinderatswahlen in der Stadt Zürich waren 2002 in einem Wahlkreis sogar nur zwei Mitglieder zu wählen. Das Bundesgericht hiess dazu 2002 eine Stimmrechtsbeschwerde gut.

In der Folge entwickelte Prof. Pukelsheim im Auftrag der Zürcher Regierung ein Verfahren, das eine Beibehaltung der bisherigen Wahlkreise erlaubt und gleichzeitig die Vorgaben des Bundesgerichts erfüllt. Die «doppelte» Proportionalität bezieht sich darauf, dass sowohl die Verhältnismässigkeit zwischen den kandidierenden Parteien wie auch die Verhältnismässigkeit zwischen den Wahlkreisen gewahrt wird, so dass sowohl die Parteien als auch die Wahlkreise proportional im Parlament vertreten sind.

Doppeltproportionales Zuteilungsverfahren

- Oberzuteilung:
 - Umrechnen aller Wählerzahlen in Mandate (Fraktionsstärke)
- Unterzuteilung:
 - Jeder Wahlkreis und jede Partei Divisor
 - Wählerzahlen durch beide Divisoren geteilt
 - Standard-Rundung dieses Quotienten ergibt Zahl der Sitze einer Partei im Wahlkreis

parlaments.ch/proporz

22

Das Verfahren ist in eine **Oberzuteilung** und eine **Unterzuteilung** gegliedert.

Oberzuteilung

Bei der Oberzuteilung werden die abgegebenen Parteistimmen in den Wahlkreisen zunächst auf **Wählerzahlen** umgerechnet und die Wähler der einzelnen Parteien kantonsweit zusammengezählt. Anschliessend werden alle Sitze des Parlaments nach der Divisormethode mit Standardrundung verteilt. Damit steht fest, welche Partei im ganzen Kanton wie viele Sitze zugesprochen erhält und – faktisch – wie gross die Fraktionen im Parlament sein werden.

Unterzuteilung

Bei der Unterzuteilung muss nun noch festgelegt werden, in welchen Wahlkreisen diese Sitze realisiert werden. Das dabei zur Anwendung kommende Verfahren muss einerseits garantieren, dass jeder Wahlkreis so viele Sitze erhält, wie ihm zustehen; andererseits auch, dass jede Partei so viele Sitze erhält, wie ihr in der Oberzuteilung zugesprochen wurden.

Dabei wird für jeden Wahlkreis und jede Partei ein Divisor bestimmt und die Wählerzahlen werden durch die beiden Divisoren geteilt. Die Standard-Rundung dieses Quotienten ergibt dann die Zahl der Sitze einer Partei im betreffenden Wahlkreis.

Doppeltproportionales Zuteilungsverfahren

Partei		Bezirk Iggswil	Bezirk Ypslikon	Bezirk Zetthheim	Partei-divisor
Sitze Total	40	8	22	10	
AVP	12	1471 2	3602 8	701 2	0.99
BVP	21	2306 3	5237 11	2324 7	1.06
CVP	7	1465 3	1357 3	370 1	0.88
Wahlkreisdivisor		641.77	454.22	314.43	
Quotienten aus der Division der Stimmen durch beide Divisoren		2.327	8.050	2.263	
		3.386	10.864	6.964	
		2.582	3.379	1.331	

parliaments.ch/proport

Ein einfaches fiktives Beispiel, das auf einer Folie gut sichtbar Platz findet:

In drei Wahlkreisen sind insgesamt 40 Sitze zu vergeben, nämlich 8, 22 und 10.

Durch die Oberzuteilung wurden in einem ersten Schritt die Fraktionsgrößen der drei Parteien festgelegt (12, 21 und 7).

Auch vorgegeben sind die Wählerstimmen, also alle gelb unterlegten Werte.

Die Partei AVP hat im Wahlkreis Iggswil 1471 Wählerstimmen. Dieser Wert wird nun durch den Partei-Divisor der AVP (0.99) und durch den Wahlkreis-Divisor Iggswil (641.77) geteilt und das Ergebnis (2.327) standardmässig auf 2 gerundet.

Ebenso wird mit den weiteren acht Wählerzahlen verfahren.

Doppelproportionales Zuteilungsverfahren

Finden der Divisoren

- Iteratives Verfahren (Annäherungsrechnung)
- Veränderung der Divisoren solange, bis alle Vorgaben erfüllt
- Verfahren gesetzlich nur indirekt formuliert (Beispiel Kanton AG):

Die Staatskanzlei legt für jeden Wahlkreis und für jede Partei einen Divisor so fest, dass jeder Bezirk die ihm vom Grossen Rat zugeteilte Zahl von Mandaten erhält und jede Partei die ihr gemäss Oberzuteilung zustehende Zahl von Sitzen erhält.

parliaments.ch/proporz

24

Die Kunst ist das **Finden der Divisoren**

Die Wahlkreis-Divisoren und die Partei-Divisoren können nicht direkt berechnet, sondern müssen in einem iterativen Verfahren, d.h. mit einer Annäherungsrechnung, bestimmt werden.

Das Computerprogramm justiert dabei abwechselnd die zu findenden Wahlkreis-Divisoren und Partei-Divisoren, bis schliesslich die beiden obengenannten Vorgaben erfüllt sind. Für das mathematische Verfahren zum Finden der beiden Divisoren verweise ich auf die einschlägige Literatur.

Das Wahlgesetz des Kantons Aargau formuliert lapidar: *Die **Staatskanzlei** legt für jeden Wahlkreis einen Wahlkreis-Divisor und für jede Partei einen Partei-Divisor so fest, dass jeder Bezirk die ihm vom Grossen Rat zugewiesene Zahl von Mandaten erhält und jede Partei die ihr gemäss Oberzuteilung zustehende Zahl von Sitzen erhält.*

Eine vollständige und allgemeinverständliche gesetzliche Umschreibung des Verfahrens ist fast nicht möglich.

Doppelproportionales Zuteilungsverfahren

Vorteile Doppelproporz

- Regional proportionale Vertretung und die proportionale Verteilung im ganzen Parlament
- Es ist das "gerechteste" aller möglichen Verfahren, weil keine Parteistimmen unberücksichtigt bleiben

Nachteile Doppelproporz

- Innerhalb eines Wahlkreises werden Parteipräferenzen u. U. nicht abgebildet
- Herumschieben von Mandaten zwischen Wahlkreisen erregt Unmut
- Bestimmung der Divisoren nicht "mit Papier und Bleistift" nachvollziehbar

parlaments.ch/proporz

25

Vor- und Nachteile des Doppelproporzes

Der grosse Vorteil des Verfahrens ist, dass es gleichzeitig eine regional proportionale Vertretung im Parlament und die proportionale Verteilung der Sitze auf die Parteien garantieren kann. Es ist das **gerechteste aller möglichen Verfahren**, was mathematisch bewiesen werden kann.

Ein Nachteil des Verfahrens ist dagegen, dass innerhalb eines Wahlkreises die Parteipräferenzen nicht mehr genau auf die Mandatsverteilung im Wahlkreis abgebildet werden. So kann eine Partei innerhalb eines Wahlkreises einen Sitz mehr zugeteilt bekommen, obschon eine andere Partei mehr Stimmen gemacht hat.

Über das ganze Wahlgebiet hinweg gesehen wird das aber wieder ausgeglichen.

Das Herumschieben von Mandaten zwischen den Wahlkreisen sorgt verständlicherweise da und dort für böses Blut.

Nach den letzten Wahlen in der Stadt Zürich habe ich gehört, dass Mandate «herumgepukelt» werden... Soweit schon hat der Name Pukelsheim Eingang in den Sprachgebrauch der deutschsprachigen gefunden.

Ein weiterer Nachteil ist, dass das Verfahren zur Bestimmung der Divisoren nicht wie bei Hagenbach-Bischoff oder Sainte-Laguë mit Papier und Bleistift nachvollziehbar ist, mindestens nicht mit vertretbarem Aufwand. Dass wie im Aargau «die Staatskanzlei» die Divisoren festlegt, bedingt ein grosses Vertrauen in die Institutionen. In Ländern und Kulturen mit einem traditionell angeschlagenen Vertrauen in die Obrigkeit wäre dieses Vorgehen wahrscheinlich problematisch.

Seit 2006 wird die Wahl des Kantonsrates Zürich sowie des Gemeinderats der Stadt Zürich nach diesem Verfahren praktiziert. Später führten auch die Kantone Aargau und Schaffhausen den Doppelproporz ein. Danach folgten Nidwalden und Zug, Schwyz, das Wallis, der Kanton Uri (allerdings in einer etwas fragwürdigen Variante) und vor wenigen Wochen, am 15. Mai 2022, wählte Graubünden erstmals im Doppelproporz.

Fazit

	Gerechtigkeit	Nachvollziehbarkeit	Paradoxe Effekte
D'Hondt / Hagenbach-Bischoff	ungenügend	gut	keine
Sainte Laguë / Schepers	gut	gut	keine
Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren	gut	gut	vorhanden
Doppelproporz / Pukelsheim	optimal	teilweise	keine

parlaments.ch/proporz

26

Eine – subjektive – **Bewertung der verschiedenen Verfahren** ergibt folgendes Bild:

Unter gleichwertiger Berücksichtigung der Faktoren «Gerechtigkeit», «Nachvollziehbarkeit» und «Paradoxe Effekte» wäre eigentlich dem Verfahren nach Sainte-Laguë der Vorzug zu geben.

Selbstverständlich kann es auch bei Sainte-Laguë und beim Bruchzahlverfahren zu Verzerrungen der «Gerechtigkeit» kommen, wenn sich die Rundungsfehler über mehrere Wahlkreise einseitig kumulieren. Aber statistisch gleicht sich das meistens aus.

Literatur



Sitzteilungsmethoden

Ein Kompaktkurs über
Stimmenverrechnungs-
verfahren in Verhältnis-
wahlsystemen

Friedrich Pukelsheim

Verlag Springer Berlin



Parlamentswahlrecht der Kantone

Andreas Glaser, Corsin
Bisaz, Nicolas Aubert,
Julian-Ivan Beriger, Nevin
Martina Bucher, Marco
Ehrat u.a.

DIKE Verlag



Wahlen und Wahlsysteme

Allgemeiner Überblick über
Wahlsysteme in aller Welt

Joachim Behnke, Florian
Grotz, Christof Hartmann

Verlag De Gruyter

parlaments.ch/proporz

27

Weiterführende Literatur zum Thema findet man insbesondere in folgenden Büchern:

- **Sitzteilungsmethoden**
Ein Kompaktkurs über Stimmenverrechnungsverfahren in Verhältniswahlsystemen, Friedrich Pukelsheim
Eine englische Fassung (Proportional Representation) ist ebenfalls verfügbar und weit umfassender.
- **Das Parlamentswahlrecht der Kantone**
Andreas Glaser und Mitarbeitende des Zentrums für Demokratie
- **Wahlen und Wahlsysteme**
Allgemeiner Überblick über Wahlsysteme in aller Welt
Behnke, Grotz und Hartmann

Präsentation und weitere Unterlagen

www.parliaments.ch/proporz

Und zu guter Letzt:

Diese Präsentation und weiterführende Unterlagen finden Sie unter

www.parliaments.ch/proporz

Nun sind Sie an der Reihe...