

Die verflixte Arithmetik des Verhältniswahlverfahrens

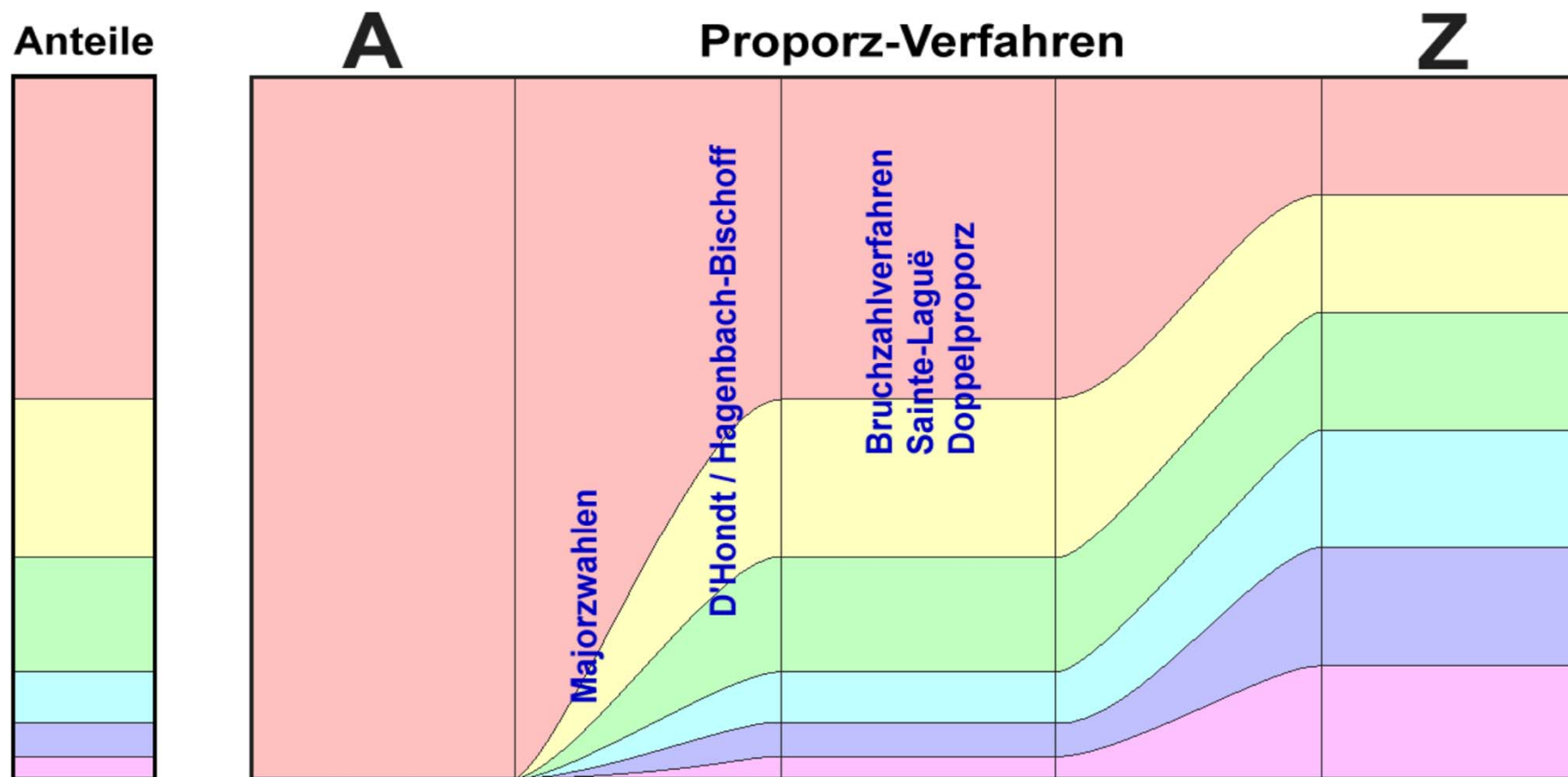
# Verhältniswahlssysteme im Überblick

Thomas Dähler

# Themen

- Die Krux mit der Gerechtigkeit
- Quotenmethoden und Divisormethoden
- Proporzmethoden innerhalb eines Wahlkreises
  - D'Hondt (mit Hagenbach-Bischoff)
  - Sainte-Laguë / Schepers
  - Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren
- Doppeltproportionales Zuteilungsverfahren
- Fazit / Literatur

# Die Krux mit der Gerechtigkeit



# Die Krux mit der Gerechtigkeit

- Mandatsansprüche im Allgemeinen nicht ganze Zahlen

$$\frac{\text{Parteistimmen A}}{\text{Summe aller Parteistimmen}} \bullet \text{ zu vergebende Sitze} = \text{Mandatsanspruch Partei A}$$

$$\frac{24'5098 \text{ (Parteistimmen A)}}{63'121 \text{ (Summe der Parteistimmen)}} \bullet 7 \text{ (zu vergebende Sitze)} = 2.718 \text{ (Anspruch A)}$$

- Ziel jeder Proporzmethode:  
die Parteienstärke bzw. die Mandatsansprüche möglichst gut und gerecht auf ganzzahlige Mandate abzubilden.

# Quotenmethoden und Divisormethoden

- Divisormethoden
  - Vorgehen A): Stimmen dividiert durch Schlüssel, Rundung
  - Vorgehen B): Sukzessive Zuteilung der Mandate
- Quotenmethoden:
  - 1. Hauptzuteilung
  - 2. Restmandate
- Viele verschiedene Verfahren, zum Teil identisch.

## Proporzmethoden und -verfahren innerhalb eines Wahlkreises

Rundung:	Abrundung	kaufm. Rundung	
Vorteil für:	Grosse Parteien	ausgeglichen	
Methoden:	<b>Divisormethoden:</b> Suche eines Divisors, der mit Anwendung einer bestimmten Rundungsregel so viele Sitze verteilt, wie zu vergeben sind.		<b>Quotenmethoden:</b> 1. Hauptverteilung 2. Restmandate
Verfahren:	<b>D'Hondt</b> = Jefferson	<b>Sainte-Laguë</b> = Webster, Schepers	<b>Hare-Niemeyer (D)</b> = Hamilton (USA) = Bruchzahlverfahren (CH)
Varianten:	<b>Hagenbach-Bischoff</b>	<b>Hill-Huntington / Dean</b>	<b>WTA und v. a.</b>
Anwendung:	D'Hondt: D: 3 Länder Hagenbach-Bischoff: CH: NR, elf Kantone	Sainte-Laguë: CH: BS + GL, D: Bundestag, 6 Länder	CH: VD und TI, D: 7 Länder z.B. auch DK, I, GR, UA

# Wichtige Proporzverfahren

- innerhalb eines Wahlkreises:
  - D'Hondt (mit Kurzvariante Hagenbach-Bischoff)
  - Sainte-Laguë / Schepers
  - Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren
- über mehrere Wahlkreise:
  - Doppelproporz

# D'Hondt (mit Hagenbach-Bischoff)

- USA: Methode Jefferson; Europa: Methode D'Hondt
- Stimmen geteilt durch 1, 2, 3 usw. in Tabelle
- Mandate der Reihe nach an die grössten Quotienten
- **Divisor-Verfahren mit Abrundung**



# D'Hondt (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

Liste	Sitze	An- spruch	Stimmen	Divisoren für Verfahren D'Hondt (1,2,3..)					Sitze 1 ..9
				1	2	3	4	5	
SVP	5	3.556	27668	27668 <b>1.</b>	13834 <b>2.</b>	9223 <b>4.</b>	6917 <b>6.</b>	5534 <b>9.</b>	
SP	1	1.066	8291	8291 <b>5.</b>	4146	2764	2073	1658	
FDP	2	1.606	12495	12495 <b>3.</b>	6248 <b>8.</b>	4165	3124	2499	
CVP	0	0.226	1761	1761	881	587	440	352	
Grüne	1	0.886	6893	6893 <b>7.</b>	3447	2298	1723	1379	
glp	0	0.319	2482	2482	1241	827	621	496	
EVP	0	0.644	5014	5014	2507	1671	1254	1003	
EDU	0	0.677	5268	5268	2634	1756	1317	1054	
LOVB	0	0.020	153	153	77	51	38	31	
	<b>9</b>	<b>9.000</b>	<b>70025</b>						

Divisor für Divisorverfahren: ca. **5400** [5270..5530]

# Hagenbach-Bischoff

- Vereinfachtes Verfahren nach D'Hondt
- Vorabzuteilung: sichere Mandate (Stimmen / Mandate+1)
- Restzuteilung: Sukzessive Zuteilung der Mandate analog D'Hondt
- Verfahren ist ergebnisidentisch mit D'Hondt
  
- Erfinder:  
Prof. Eduard Hagenbach-Bischoff  
1833 - 1910  
Physikprofessor an der Uni Basel  
und Politiker (Grossratspräsident BS 1885)



# Hagenbach-Bischoff (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

Zuteilung der Erstmandate

Stimmen / (bereits verteilte Mandate +1)

Liste	Sitze	Anteil	Stimmen	: 1. VZ	1. Restmandat	2. Restmandat	3. Restmandat	4. Restmandat
SVP	5	3.556	27668	:7003 = 3	<b>6917 +1</b> 4	5534 4	5534 4	<b>5534 +1</b> 5
SP	1	1.066	8291	:7003 = 1	4146 1	4146 1	4146 1	4146 1
FDP	2	1.606	12495	:7003 = 1	6248 1	6248 1	<b>6248 +1</b> 2	4165 2
CVP	0	0.226	1761	:7003 = 0	1761 0	1761 0	1761 0	1761 0
Grüne	1	0.886	6893	:7003 = 0	6893 0	<b>6893 +1</b> 1	3447 1	3447 1
glp	0	0.319	2482	:7003 = 0	2482 0	2482 0	2482 0	2482 0
EVP	0	0.644	5014	:7003 = 0	5014 0	5014 0	5014 0	5014 0
EDU	0	0.677	5268	:7003 = 0	5268 0	5268 0	5268 0	5268 0
LOVB	0	0.020	153	:7003 = 0	153 0	153 0	153 0	153 0
	9	9.000	70025	5	6	7	8	9

# D'Hondt und Hagenbach-Bischoff

- Abrundung der Mandatsansprüche
- Grosse Parteien werden bevorzugt
- Ziel: Prozentuale **Über**vertretung im Parlament verhindern (Untervertretung wird in Kauf genommen)
- Kumulation des Effekts über mehrere Wahlkreise (z.B. im Nationalrat über alle Kantone) kann grössere Verzerrungen ergeben

# Sainte-Laguë / Schepers

- D'Hondt: Divisoren natürliche Zahlen (1, 2, 3, 4, 5...)
- Sainte-Laguë: Divisoren alle ungeraden Zahlen (1, 3, 5, 7...)
- F: André Sainte-Laguë; D: Hans Schepers; USA: Daniel Webster
- Tendenziell Standard-Rundung der Mandatsansprüche (0.5-Regel)
- Keine systematische Benachteiligung kleiner Parteien
- Entspricht Divisorverfahren mit Standard-Rundung

# Sainte-Laguë / Schepers (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

Divisoren für Sainte Laguë (1,3,5..)

Liste	Sitze	Anspruch	Stimmen	1	3	5
SVP	3	3.556	27668	27668 <b>1.</b>	9223 <b>3.</b>	5534 <b>6.</b>
SP	1	1.066	8291	8291 <b>4.</b>	2764	1658
FDP	2	1.606	12495	12495 <b>2.</b>	4165 <b>9.</b>	2499
CVP	0	0.226	1761	1761	587	352
Grüne	1	0.886	6893	6893 <b>5.</b>	2298	1379
glp	0	0.319	2482	2482	827	496
EVP	1	0.644	5014	5014 <b>8.</b>	1671	1003
EDU	1	0.677	5268	5268 <b>7.</b>	1756	1054
LOVB	0	0.020	153	153	51	31
	<b>9</b>	<b>9.000</b>	<b>70025</b>			

# Sainte-Laguë / Schepers

- Schweiz: Basel-Stadt und Glarus
- Deutschland: Bundestag (seit 2008) und sechs Bundesländer
- Oberzuteilung beim Doppelproporz  
in der Regel in der Form des Divisorverfahrens

# Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren

- Quotenmethode
- 1. Phase: Abgerundete Mandatsansprüche
- 2. Phase: Restmandate an grösste Nachkomma-Anteile
- Intuitiv gerecht, plausibel und leicht nachvollziehbar
- Unerwünschte Effekte, unlogische Sprünge
  - Sitzzuwachsparadoxon (Alabama-Paradoxon)
  - Wählerzuwachsparadoxon



# Bruchzahlverfahren (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

	Stimmen	Anspruch	V-M	Rest	R-M	Total
SVP	27668	3.556	3	0.556		3
SP	8291	1.066	1	0.066		1
FDP	12495	1.606	1	0.606	+1	2
CVP	1761	0.226	0	0.226		0
Grüne	6893	0.886	0	0.886	+1	1
glp	2482	0.319	0	0.319		0
EVP	5014	0.644	0	0.644	+1	1
EDU	5268	0.677	0	0.677	+1	1
LOVB	153	0.020	0	0.020		0
	70025	9.000	5		4	9

# Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren

- Sitzzuwachs-Paradoxon (Alabama-Paradoxon):  
Eine Partei kann ein Mandat verlieren, wenn bei gleichem Wahlergebnis insgesamt mehr Mandate zu verteilen sind (unlogische Sprünge).
- Wählerzuwachs-Paradoxon:  
Stimmenzuwachs oder -verlust einer Partei bewirken eine Mandatsverschiebung zwischen zwei anderen Parteien.

# Alabama-Paradoxon (Beispiel Bezirk Kulm 2020)

Bruchzahlverfahren		Sitzverteilungs-Varianten mit anderen Mandatszahlen im Bruchzahlverfahren													
Stimmen		9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.
SVP	27668	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7	8	8	8	9
SP	8291	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3
FDP	12495	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4
CVP	1761	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
Grüne	6893	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
glp	2482	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
EVP	5014	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
EDU	5268	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
LOVB	153	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	70025	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22

# Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren

- Schweiz: Kantone VD und TI
- Deutschland: sechs Bundesländer (bis 2008 auch Bundestag)
- Abkehr von Quotenmethoden

# Doppeltproportionales Zuteilungsverfahren

- Kurz Doppelproporz: verteilt Parlamentsmandate auf Parteien über mehrere Wahlkreise
- Bundesgericht rügte sehr kleine Wahlkreise für Proporzahlen und postuliert indirekt Richtgrösse: mindestens zehn Mandate pro Wahlkreis
- 2003 Zürcher Kantonsrat: drei Wahlkreise mit 4 oder 5 Mitgliedern
- 2002 Gemeinderat Stadt Zürich: ein Wahlkreis nur 2 Mitglieder
- Auftrag Zürcher Regierung an Prof. F. Pukelsheim für ein neues Verfahren:
  - Beibehaltung der bisherigen Wahlkreise
  - Erfolgswertgleichheit aller Stimmen

# Doppeltproportionales Zuteilungsverfahren

- Oberzuteilung:
  - Umrechnen aller Wählerzahlen in Mandate (Fraktionsstärke)
- Unterzuteilung:
  - Jeder Wahlkreis und jede Partei Divisor
  - Wählerzahlen durch beide Divisoren geteilt
  - Standard-Rundung dieses Quotienten ergibt Zahl der Sitze einer Partei im Wahlkreis

# Doppeltproportionales Zuteilungsverfahren

Partei		Bezirk Iggswil	Bezirk Ypslikon	Bezirk Zetthelm	Partei- divisor
Sitze Total	<b>40</b>	<b>8</b>	<b>22</b>	<b>10</b>	
AVP	<b>12</b>	1471 <b>2</b>	3602 <b>8</b>	701 <b>2</b>	0.99
BVP	<b>21</b>	2306 <b>3</b>	5237 <b>11</b>	2324 <b>7</b>	1.06
CVP	<b>7</b>	1465 <b>3</b>	1357 <b>3</b>	370 <b>1</b>	0.88
Wahlkreisdivisor		641.77	454.22	314.43	
Quotienten aus der Division der Stimmen durch beide Divisoren		2.327	8.050	2.263	
		3.386	10.864	6.964	
		2.582	3.379	1.331	

# Doppeltproportionales Zuteilungsverfahren

## Finden der Divisoren

- Iteratives Verfahren (Annäherungsrechnung)
- Veränderung der Divisoren solange, bis alle Vorgaben erfüllt
- Verfahren gesetzlich nur indirekt formuliert (Beispiel Kanton AG):  
**Die Staatskanzlei legt** für jeden Wahlkreis und für jede Partei einen Divisor so fest, dass jeder Bezirk die ihm vom Grossen Rat zugeteilte Zahl von Mandaten erhält und jede Partei die ihr gemäss Oberzuteilung zustehende Zahl von Sitzen erhält.



# Doppeltproportionales Zuteilungsverfahren

## Vorteile Doppelproporz

- Regional proportionale Vertretung und die proportionale Verteilung im ganzen Parlament
- Es ist das "gerechteste" aller möglichen Verfahren, weil keine Parteistimmen unberücksichtigt bleiben

## Nachteile Doppelproporz

- Innerhalb eines Wahlkreises werden Parteipräferenzen u. U. nicht abgebildet
- Herumschieben von Mandaten zwischen Wahlkreisen erregt Unmut
- Bestimmung der Divisoren nicht "mit Papier und Bleistift" nachvollziehbar

# Fazit

	<b>Gerechtigkeit</b>	<b>Nachvollziehbarkeit</b>	<b>Paradoxe Effekte</b>
<b>D'Hondt / Hagenbach-Bischoff</b>	ungenügend	gut	keine
<b>Sainte Laguë / Schepers</b>	gut	gut	keine
<b>Hare-Niemeyer / Bruchzahlverfahren</b>	gut	gut	vorhanden
<b>Doppelproporz / Pukelsheim</b>	optimal	teilweise	keine

# Literatur



## Sitzteilungsmethoden

Ein Kompaktkurs über  
Stimmenverrechnungs-  
verfahren in Verhältnis-  
wahlsystemen

Friedrich Pukelsheim

Verlag Springer Berlin



## Parlamentswahlrecht der Kantone

Andreas Glaser, Corsin  
Bisaz, Nicolas Aubert,  
Julian-Ivan Beriger, Nevin  
Martina Bucher, Marco  
Ehrat u.a.

DIKE Verlag



## Wahlen und Wahlsysteme

Allgemeiner Überblick über  
Wahlsysteme in aller Welt

Joachim Behnke, Florian  
Grotz, Christof Hartmann

Verlag De Gruyter

# Präsentation und weitere Unterlagen

**[www.parliaments.ch/proporz](http://www.parliaments.ch/proporz)**